

PANORAMA DOS QUADROS TEÓRICOS DA DIDÁTICA DA MATEMÁTICA NA FRANÇA

Annie BESSOT

Tradução: Frederico J. A. Lopes

Preâmbulo

Neste texto apresento os conceitos de base da **Teoria das situações**, da **Teoria da transposição didática** e da **Teoria dos campos conceituais**, às quais estão ligados respectivamente os nomes de G. Brousseau, Y. Chevallard e G. Vergnaud.

Falo de três teorias personalizando-as, mas é evidente que estas três teorias não puderam se desenvolver sem uma importante comunidade de pesquisadores e de equipes de pesquisa (não só francesas!). Elas estão, portanto, ligadas também aos nomes dos pesquisadores dessa comunidade que as permitiram viver e se desenvolver.

Fiz a escolha de me dirigir a um público de não-iniciados ou pouco iniciados nestas teorias.

Na origem do movimento teórico sob a denominação (infeliz) de "didática da matemática" na França, está a idéia de que é possível descrever, explicar de maneira racional os fenômenos de ensino, fenômenos que suscitam, em geral, mais o empirismo ou a opinião que o discurso racional.

"Uma das preocupações largamente partilhadas no seio da comunidade francesa de didática da matemática é a do estabelecimento de um quadro teórico original desenvolvendo seus próprios conceitos... Um largo consenso se faz também sobre a exigência metodológica de se recorrer à experimentação em interação com a teoria..." (C. Laborde, 1989)

Tal quadro teórico foi, a princípio, o da **Teoria das situações**, onde Guy Brousseau foi o fundador, e o dos **Campos conceituais** de Gérard Vergnaud.

Apresentarei primeiramente a teoria de G. Vergnaud por causa da sua posição particular no campo da didática da matemática, sendo Gerard Vergnaud, antes de tudo, um psicólogo.

Teoria dos Campos Conceituais

Referências principais: G. Vergnaud, 1990 e J. Brun, 1993.

"A teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente aquelas que atendem às ciências e às técnicas" (G. Vergnaud, 1990).

É um ponto de vista resolutamente psicológico no prolongamento da epistemologia genética de Piaget. Ela não tem por ambição ser uma teoria didática, mas a de fornecer um quadro para o estudo da aprendizagem dos indivíduos, isto é, um quadro para analisar a formação e o funcionamento dos seus conhecimentos.

"É uma teoria psicológica do conceito, ou melhor ainda, da conceitualização do real... Sua principal finalidade é fornecer um quadro que permite compreender as filiações e as rupturas entre conhecimentos nas crianças e nos adolescentes, entendendo-se por "conhecimento" tanto o saber-fazer quanto o saber manifesto."

A originalidade deste modo de proceder é ter desenvolvido instrumentos teóricos tendo em conta uma dupla exigência que o autor descreve assim:

"A psicologia cognitiva é confrontada com o duplo problema de ter em conta, da melhor forma possível, os saberes sociais constituídos (científicos, técnicos, culturais, práticos...) e, ao mesmo tempo, de não ficar prisioneiro da sua descrição atual,¹ de maneira a analisar da melhor forma possível a formação e o funcionamento dos conhecimentos dos sujeitos individuais." (G. Vergnaud, 1985)

O que o leva a caracterizar assim sua abordagem:

"Uma abordagem psicológica e didática da formação dos conceitos matemáticos leva a considerar um conceito como um conjunto de invariantes utilizáveis na ação. A definição pragmática de um conceito faz, portanto, um apelo ao conjunto de situações que constituem a referência de suas diferentes propriedades, e ao conjunto de esquemas postos em ação pelos sujeitos nessas situações." (idem)

Esquemas e Invariantes

"A unidade de base dessa arquitetura de filiações e de rupturas é o esquema 'organização invariante do comportamento para uma classe de situações'... Um esquema em um sujeito não existe senão em estado de virtualidade, e é a ação que decidirá, de alguma forma, a individuação do esquema." (J. Brun, a editar)

A teoria dos campos conceituais leva em conta, de uma parte, os aspectos estruturais dos esquemas, analisando-os em termos de invariantes operatórios, e, de outra parte, torna precisa a funcionalidade dos esquemas para o processo de transformação dos conhecimentos através de situações centradas sobre os conceitos.

Teoremas em ato:

São os invariantes do tipo "proposições": são suscetíveis de serem verdadeiros ou falsos. Para ilustrar o conceito de teorema em ato, tomarei um exemplo dado por F. Conne em seu artigo sobre saber e conhecimento (1992):

"... tomemos como exemplo a comutatividade. À sua origem é um saber matemático que toma seu sentido em um contexto matemático abstrato (estruturas algébricas). Um novo uso lhe é conferido quando esse saber matemático permite ao psicólogo considerar como significativo um comportamento de uma criança, por exemplo, em um contexto de contagem: a comutação dos fatores de uma adição quando o primeiro dos fatores é menor que o segundo ($2+7$ é comutado em $7+2$ para ser contado 7,8,9, segundo um procedimento de contagem progressiva). Se o comportamento é suficientemente estável, concluir-se-á, a partir dessa correspondência entre a comutatividade matemática e essa espécie de comutatividade observada no treinamento da criança, que existe aí um teorema em ato."

Conceito em ato:

São os invariantes do tipo "função proposicional": não são suscetíveis de ser verdadeiros ou falsos, mas constituem os tijolos indispensáveis à constituição das proposições.

Por exemplo: conceitos de cardinal e de coleção.

¹ O grifo é nosso

Estes conceitos são raramente explicitados pelos alunos, embora sejam construídos por eles na ação.

Um conceito em ato não é completamente um conceito, nem um teorema em ato um teorema.

Conceito

G. Vergnaud dá uma definição de conceito na lógica da problemática, a saber, uma definição *pragmática*:

"...um conceito é uma terna de três conjuntos:

$C=(S,I,S)$

S: o conjunto das situações que dão sentido ao conceito (a referência)

I: o conjunto dos invariantes sobre os quais repousa a operacionalidade dos esquemas (o significado)

S: o conjunto das formas lingüísticas e não-lingüísticas que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de utilização (o significante)"

Campo Conceitual

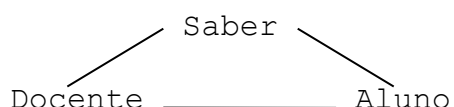
Se a primeira entrada em um campo conceitual é a das situações, podemos identificar também uma segunda entrada, a dos conceitos e teoremas.

O campo conceitual das estruturas aditivas é, ao mesmo tempo, o conjunto de situações que a utilização implica uma ou mais adições ou subtrações, e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas.

Este quadro teórico conduz a uma metodologia segundo três planos de análise sistemáticas e simultâneas (correspondendo à terna $C=(S,I,S)$): o plano das situações, o plano dos invariantes (modelos de comportamento dos alunos), o plano das representações simbólicas. Encontraremos um exemplo de estrutura aditiva em G. Vergnaud, 1990, pág. 152.

Teoria das Situações - Teoria da Transposição Didática

A Teoria das Situações e a Teoria da Transposição Didática são teorias didáticas no sentido que o sistema mínimo levado em consideração é o sistema didático Docente, Aluno, Saber:



Ou seja, as interações entre docente e aluno relativas ao saber, em uma situação com finalidade didática. Em relação a este esquema, o objeto de estudo mínimo da Teoria dos Campos Conceituais é a interação aluno-docente.

As duas abordagens teóricas são, do meu ponto de vista, complementares: fiz a escolha de privilegiar a Teoria das Situações.

Tanto G. Brousseau e Y. Chevallard quanto outros pesquisadores de didática da matemática afirmam a especificidade de sua disciplina em relação a outros domínios próximos:

"Para produzir, melhorar, reproduzir, descrever e compreender as situações de ensino da matemática, faz-se necessário - e possível - teorizar tal atividade de ensino enquanto um objeto original de estudo e não só como uma simples conjunção de fatos teorizáveis unicamente nos domínios autônomos como a pedagogia, a sociologia, a psicologia, a matemática, a lingüística ou a epistemologia." (G. Brousseau, resumo de tese, 1986)

"O conjunto das teorias psicológicas, psicogenéticas, lingüísticas ou outras que podem dar um melhor conhecimento sobre o aluno é necessário ao pesquisador de didática, mas seu trabalho não pode se reduzir simplesmente a essas considerações." (Y. Chevallard e A. Mercier, 1984)

O sistema didático mínimo é, portanto, a terna: um saber matemático particular, um docente e um aluno. O que define as posições "docente", "alunos" é o projeto do sistema didático, que é passar de um estado inicial a um estado final face a face com o saber, objeto de aprendizagem.

"Do ponto de vista da relação ao saber, há uma dissimetria, que é constitutiva do sistema didático. Não diremos que o aluno não mantém nenhuma relação com o saber antes do ensino, mas simplesmente que, no estado inicial, essa relação é pouco ou nada adequada. Sem a hipótese dessa dissimetria o sistema didático não tem razão de existir." (C. Margolinas, 1989)

O docente se distingue de um aluno não somente pelo que ele é "suposto saber", mas também pelo que ele é "suposto capaz" de antecipar sobre o que o aluno tem a aprender. Além disso, o sistema didático tem uma característica particular, a de ter por finalidade desaparecer: se o docente é bem sucedido em sua missão, ele deve poder se retirar, e o aluno deve poder manter sua relação com o saber sem sua presença.

A Transposição Didática

Apoiar-me-ei largamente sobre o texto de G. Arzac, 1992.

O tema central da teoria tal como recentemente ampliada (Y. Chevallard, 1989) é o dos saberes e das instituições.

"Um saber não existe "no vácuo", em um vazio social: todo saber aparece em um momento dado, em uma sociedade dada, como ancorado em uma ou mais instituições." (Y. Chevallard, 1989)

Donde as proposições:

- todo saber é um saber de uma instituição;
- um mesmo saber pode viver em instituições diferentes;
- para que um saber possa viver em uma instituição é necessário que ele se submeta a um certo número de constrangimentos, o que implica particularmente que ele se modifique, senão não poderá se manter na instituição.

Esse jogo do saber nas instituições leva a distinguir vários tipos de práticas relativas aos saberes:

- produção;
- utilização;
- ensino;
- transposição: manipulação do saber permitindo a um saber viver em uma instituição.

A contribuição central da teoria da transposição é ter colocado em evidência o quarto tipo de instituição.

A didática dos saberes é o estudo sistemático das situações nas quais um indivíduo procura modificar a relação com o saber de um outro indivíduo.

Vejam agora o caso particular das transposições didáticas.

A Teoria da Transposição Didática põe em evidência dois pontos fundamentais:

- o problema da legitimação dos objetos de saber ensinados;
- o aparecimento sistemático de uma distância entre um saber ensinado e as referências que o tornam legítimo, distância devida aos constrangimentos que pesam sobre o funcionamento do sistema de ensino.

Eis como Y. Chevallard descreve o fenômeno da transposição didática na primeira versão de seu livro de mesmo nome:

"1.4. A passagem de um conteúdo de saber preciso para uma versão didática desse objeto de saber pode ser chamada mais justamente de 'transposição didática strictu sensu'. Mas o estudo científico do processo de transposição didática (que é uma dimensão fundamental da didática da matemática) supõe levada em conta a transposição didática sensu lato, representada pelo esquema:

*→ objeto de saber → objeto a ensinar → objeto de ensino
no qual o primeiro elo marca a passagem do implícito ao explícito, da prática à teoria, do pré-construído ao a construir.*

1.5. Eis aqui um exemplo realizando o movimento representado pelo esquema da transposição didática:

- a noção de distância (entre dois pontos) é utilizada espontaneamente "desde sempre";
- o conceito matemático de distância foi introduzido em 1906 por Maurice Fréchet (objeto de saber matemático);
- no primeiro ciclo de ensino secundário francês, a noção matemática de distância, proveniente da noção de Fréchet, apareceu em 1971 no programa da quarta classe² (objeto a ensinar);
- seu tratamento didático varia nos anos de acordo com a sua designação como objeto a ensinar; o trabalho de transposição continua." (Chevallard 1985, pág. 39-40)

Primeiro elo: → objeto de saber (instituição produtora)

Em nossas sociedades modernas, particularmente em relação ao saber matemático, as instituições produtoras de matemática ocupam um lugar dominante: são a fonte de legitimação mais estável para o ensino mais exposto, o ensino geral, que é aquele ensino onde a sociedade expõe seus saberes fundamentais³.

A existência de um objeto de "saber erudito" supõe já toda uma elaboração. Podemos considerá-lo como um produto de uma instituição. Essa atividade científica é uma atividade humana e, como tal, se insere em uma história pessoal, a do pesquisador. No curso de sua atividade, o pesquisador elabora conhecimentos, alguns dos quais lhe parecem suficientemente novos e interessantes para serem comunicados à comunidade matemática. O pesquisador dá então a esses conhecimentos uma forma tão

² No sistema educacional francês (N. do T.)

³ Para o ensino profissional, menos exposto à crítica do conjunto da sociedade, da cultura, os saberes podem encontrar sua legitimação em um outro lugar do que em um saber erudito, por exemplo, nas práticas profissionais próximas.

geral quanto possível, segundo as regras discursivas em curso na comunidade científica. Essa transformação de conhecimentos é uma parte muito importante da atividade matemática:

"Um pesquisador, para comunicar aos outros pesquisadores o que ele pensa ter achado, o transforma:

- ele suprime logo a princípio tudo o que pode ser chamado de a infância de sua pesquisa: as reflexões inúteis, os erros, os caminhos tortuosos e demasiadamente longos, e até mesmo os impasses. Suprime igualmente tudo o que releva a ordem das motivações pessoais ou da base ideológica da ciência tal como ele a percebe. Designaremos o conjunto dessas supressões pela palavra despersonalização.

- Suprime em seguida a história anterior (tateamentos, falsas pistas) que o conduziram a essa pesquisa, separa-a eventualmente do problema particular que queria resolver e procura o contexto mais geral no qual o resultado é verdadeiro. É o que designaremos pela palavra descontextualização." (G. Arsac, 1989)

Efeito positivo de seu trabalho: torna o saber público, utilizável e verificável por não importa quem, ou pelo menos pelos membros da comunidade científica.

Efeito negativo de seu trabalho: faz desaparecer parcialmente ou totalmente o contexto da descoberta, que então se torna misteriosa, privada de sentido.

Essa perda de sentido não existe para os pesquisadores contemporâneos e do mesmo domínio que ele, conhecendo os segredos do negócio, e a posição da descoberta na rede de problemas que lhes são familiares, pois eles têm acesso a outros níveis de comunicação.

Segundo elo: objeto de saber → objeto a ensinar (instituição de transposição: noosfera)

É a existência muito facilmente verificável de distâncias, que supõem instituições onde o trabalho se efetua. O fato de que essas instituições não tenham visibilidade social permanente as torna difíceis de agarrar: reconhecemos aqui o fato que a transposição didática é um modelo, uma teoria.

Não é o docente que transforma diretamente, por sua própria iniciativa, um saber "erudito" em objeto de ensino.

"Citamos aqui os resultados de uma sondagem realizada em junho de 1984 com uma amostra de 182 professores de matemática da terceira classe: Questão: "Quais são suas fontes bibliográficas?" Para responder a essa questão, os professores tinham que escolher entre várias possibilidades, e extraímos algumas dentre elas particularmente significativas para o nosso propósito:

- manuais de ensino do primeiro ciclo: freqüentemente - 78%; raramente ou nunca - 6%;

- manuais de ensino superior: freqüentemente - 1%; raramente ou nunca - 84%." (G. Arsac, 1989)

O sistema de ensino é um sistema aberto, ou seja, que mantém relações com o meio social (pais, pesquisadores, instituições utilizadoras); seu funcionamento deve ser compatível com esse meio. Y. Chevallard tomou emprestado de Teilhard de Chardin o termo noosfera para designar o conjunto de lugares, de instâncias onde se passam as trocas entre o sistema de ensino e o seu meio (associações de especialistas,

permanentes ou efêmeras, de reflexão sobre o ensino, etc.). A noosfera funciona como

"trilho do sistema de ensino, e verdadeira peneira pela qual se opera a interação entre o sistema e o meio social... Na noosfera, portanto, os representantes do sistema de ensino, mandatários ou não (do presidente de uma associação de docentes a um simples professor militante), encontram-se, diretamente ou não, os representantes da sociedade (os pais dos alunos, os especialistas da disciplina que militam ao redor de seu ensino, os emissários do órgão político,...). O primeiro problema que deve ser resolvido para que o sistema de ensino exista, ou seja, para que o ensino seja possível, é o da compatibilidade do sistema com o seu meio." (Chevallard, 1985)

Para que um saber seja escolarizável, ou seja, suscetível de se tornar um objeto de ensino, é necessário que ele possa respeitar um certo número de constrangimentos. Eis aqui a lista dada por Y. Chevallard, 1985:

- a dessincretização do saber (ou seja, a possibilidade de delimitar saberes parciais que podem se exprimir em um discurso autônomo);
- a despersonalização do saber;
- a programabilidade da aquisição do saber;
- a publicidade do saber;
- o controle social das aprendizagens.

Terceiro elo: objeto a ensinar → objeto de ensino → objeto ensinado (instituição de ensino)

É neste nível que intervém o docente: a transposição didática continua no interior do sistema didático.

Contrato Didático/Situação Adidática

Contrato didático

Do ponto de vista da didática, o que é posto em jogo em comum entre o docente de matemática e os alunos na classe é o saber, mas os propósitos de um e de outro face a face com esse saber são diferentes, devido à posição que eles ocupam na relação didática. Os fenômenos do contrato didático determinam e estruturam as

"posições e as formas de suas sujeições às características de funcionamento do sistema." (Y. Chevallard e A. Mercier, 1984)

Podemos definir o contrato didático como um modelo teórico do

"conjunto de realizações que determinam - explicitamente para uma pequena parte, mas sobretudo implicitamente - o que cada par, quem ensina e quem é ensinado, tem a responsabilidade de gerar, e como cada qual será, de uma forma ou de outra, responsável perante o outro. Esse sistema de obrigações recíprocas assemelha-se a um contrato. O que nos interessa aqui é o contrato didático, ou seja, a parte do contrato que é específica do "conteúdo": o conhecimento visado." (G. Brousseau, 1986)

Fenômenos analisáveis como efeitos do contrato didático

Injunção paradoxal para o docente:

"... tudo o que ele [o docente] empreende para produzir no aluno os comportamentos que espera tende a privar este último das condições

necessárias à compreensão e à aprendizagem da noção visada: se o mestre diz o que o aluno deseja, este não poderá mais obtê-lo.

O aluno, não tendo efetuado escolhas, nem tentado métodos, nem feito modificações de seus próprios conhecimentos ou convicções, não deu a prova da apropriação visada. Ele deu somente uma ilusão." (G. Brousseau, 1986, pág.66)

Efeito Topaze: o docente deve negociar as condições de produção da resposta do aluno. Tenta fazê-lo de forma que o sentido da resposta seja o mais rico possível. Em caso de insucesso, o docente reúne as informações redutoras do sentido, até criar as condições que provocam a resposta do aluno sem que este último tenha podido investir nela o menor sentido.

O efeito Jordain é uma forma do efeito Topaze: o docente aceita reconhecer como indício do saber uma produção ou um comportamento que de fato são apenas respostas a causas banais.

Injunção paradoxal para o aluno:

"se ele aceita que [...] o mestre lhe ensine os resultados, ele não os estabelece por si mesmo, e então não aprende. [...] Se, pelo contrário, ele rejeita toda informação por parte do mestre, então a relação didática é rompida. Aprender implica, para ele, que aceite a relação didática mas que a considere provisória e se esforce para rejeitá-la." (Brousseau, 1986, pág.66)

Contrato didático e posição das noções que funcionam na classe

Y. Chevallard distingue em sua teoria inicial três posições das noções matemáticas, do nível mais explícito ao nível menos explícito: as noções propriamente matemáticas, as noções paramatemáticas e, enfim, as noções protomatemáticas (1985). Essas posições são relativas (à instituição associada, ao tempo,...).

As noções matemáticas dão lugar a um ensino explícito, são suscetíveis de definição, conhecemos e podemos demonstrar suas propriedades principais, sabemos reconhecer um certo número de ocasiões de emprego (por exemplo: a noção de círculo, de simetria ortogonal).

As noções paramatemáticas são as noções instrumento da atividade matemática; elas não são normalmente objeto de estudo do matemático. A maior parte das noções da álgebra elementar são paramatemáticas (fórmula, parâmetro, equação, fatoração,...).

As noções protomatemáticas são as noções mobilizadas apenas implicitamente e que não têm, elas mesmas, um nome. Nas *performances* do aluno, esperadas pelo professor, figura o reconhecimento de certas ocasiões de uso.

Por exemplo: na quarta classe o professor espera do aluno, colocado diante da questão "fatore $16x^2 - 4$ ", que ele reconheça a ocasião de utilizar o esquema de fatoração $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Mas, diante da questão "fatore $4x^2 - 36x$ ", o aluno deve reconhecer uma fatoração simples: $4x^2 - 36x = 4x(x - 9)$.

Quanto mais a posição das noções está implícita, mais essas noções são "escondidas", didaticamente falando, e menos o docente tem a responsabilidade de seu ensino. Tudo se passa como se o docente "se contentasse" em comunicar ao aluno as cláusulas de um contrato específico da noção em questão.

"O poder do docente em sua classe não é o de proibir (mais precisamente: o de proibir de maneira direta) a resposta $16x^2 - 4 = 2(8x^2 - 2)$, mas o de produzir a resposta $16x^2 - 4 = (4x+2)(4x-2)$. Seu poder consiste menos em apontar as "más repostas" do que suscitar a boa resposta - que aponta implicitamente as outras respostas como más." (Chevallard, 1985, p.74)

Situação adidática (ensino/aprendizagem)

O propósito do aluno é aprender.

"Uma ideologia muito difundida supõe um laço de simples transferência do ensino para a aprendizagem: o aluno liga o que é comunicado pelo docente com talvez algumas partes de informação." (C. Laborde, 1989)

Numerosos trabalhos têm mostrado o caráter errôneo desse ponto de vista.

A compreensão da situação didática e particularmente a aprendizagem do aluno necessita completar o triângulo aluno-docente-saber por um quarto elemento: o ambiente.

Ambiente (G. Brousseau): o sistema antagonista do aluno na situação didática.

Ambiente (Y. Chevallard): os elementos que constituem o ambiente são aqueles que subjetivamente, ou seja, para os sujeitos da instituição, aparecem como evidentes, transparentes, não problemáticos.

Hipótese psicológica (aprendizagem por adaptação): o sujeito aprende se adaptando (assimilação e acomodação) a um ambiente que é produtor de contradições, de dificuldades, de desequilíbrios.

Hipótese didática: um ambiente sem intenções didáticas (ou seja, não voluntariamente organizado para ensinar um saber) é insuficiente para induzir num sujeito todos os conhecimentos que a sociedade deseja que ele adquira.

O docente deve então provocar nos alunos as adaptações desejadas pela escolha judiciosa das situações que ele lhes propõe.

O docente não tem por missão obter dos alunos que eles aprendam, mas de agir de forma que eles possam aprender. "Ele tem por tarefa não a responsabilidade da aprendizagem - o que permanece fora de seu poder - mas a responsabilidade da criação das condições de possibilidade de aprendizagem." (Chevallard, 1986)

Diremos então que o sentido de um conhecimento para um aluno provém essencialmente das situações onde o conhecimento intervém ou faz-se intervir como adaptações pertinentes.

As conseqüências dessas hipóteses levam a introduzir o modelo situação adidática/situação didática. (G. Brousseau, 1986)

"Brousseau propôs um modelo relativamente econômico, um "núcleo" adidático, no qual vem se inserir uma gestão didática." (F. Conne, 1992)

O docente procura propor uma situação tal que os alunos construam sua relação com o objeto de conhecimento ou modifiquem essa relação como resposta às exigências do ambiente, e não pelo desejo do docente (contrato didático). Uma tal situação é uma situação na qual o que se faz tem um caráter de necessidade em relação às obrigações que não são nem arbitrarias nem didáticas, mas da ordem do saber. É necessário que o docente chegue ao ponto que o aluno tire da situação os pressupostos

didáticos, que a resolução do problema venha para o aluno independente do desejo do docente: a devolução que o docente procura fazer para que o aluno aprenda é a de uma situação adidática⁴.

Há fases adidáticas em todo o ensino, em geral fora do controle do docente. Y. Chevallard introduziu a noção de *tempo didático* para designar a discordância entre o tempo de ensino e o tempo de aprendizagem: há no ensino uma ficção de um tempo didático homogêneo. Em sua tese (1992), A. Mercier mostra que a introdução oficial de novos objetos de saber modifica a relação com os objetos já naturalizados, transparentes. Há pois devolução ao aluno de uma responsabilidade em relação a esses objetos de saber naturalizados: na qualidade de objetos antigos, ele tem a responsabilidade de os saber. É uma fase adidática para esses objetos antigos. (Figura 1)

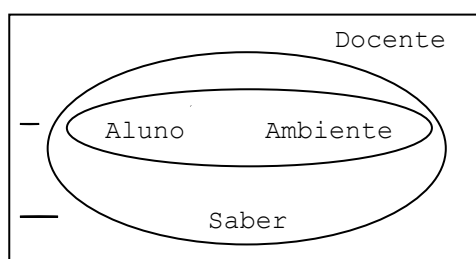


Figura 1. Situação adidática

A aprendizagem é uma *modificação* da relação com o conhecimento produzido pelo aluno, que o docente deve somente provocar pelas escolhas dos valores das variáveis da situação adidática: *variáveis didáticas*.

G. Brousseau refere-se à teoria dos jogos para modelar as situações adidáticas: o modelo de um aluno é um sujeito racional.

Quais são as condições para que uma situação possa ser vivida como adidática?

Esta questão nos remete ao que os pesquisadores de didática chamam de *análise a priori*.

"A *análise a priori* de uma situação procura determinar se uma situação pode ser vivida como adidática pelo aluno. Trata-se uma procura de condições necessárias." (C. Margolinas, tese, 1989, pág.46)

É necessário, pelo menos, as três seguintes condições:

- o aluno pode dar uma resposta, mas essa resposta inicial (*procedimento de base*) não é aquela que se deseja ensinar: se a resposta fosse já conhecida, não seria uma situação de aprendizado;
- esse procedimento de base deve se revelar muito rapidamente insuficiente ou ineficaz para que o aluno seja constrangido a fazer acomodações, modificações de seu sistema de conhecimento;
- existe um ambiente para a validação.

Outras condições para que uma situação possa ser vivida como adidática:

- que exista incerteza do aluno quanto as decisões a tomar;
- que o ambiente permita retroações;
- que o jogo possa ser repetido;
- que o conhecimento visado seja logicamente exigido para passar da estratégia de base à estratégia ótima.

⁴ Margolinas (1989) utiliza os qualificativos público/privado introduzido por Y. Chevallard para dar a definição seguinte: "Qualificaremos de estado adidático a todo estado do sistema didático na qual o mestre mantém uma relação privada com um saber, enquanto que o aluno está em relação (pública ou privada) com esse mesmo saber"; um estado não-didático sendo "um estado no qual a relação do aluno para com o saber é independente da relação do mestre para com o mesmo saber".

Chamamos de retroação a influência do ambiente sobre o aluno.

Essa influência é recebida pelo aluno como uma sanção, positiva ou negativa, relativa à sua ação, o que o permite ajustar a ação, de aceitar ou de rejeitar uma hipótese, de escolher entre várias soluções.

As interações com o ambiente podem ser modeladas pelo esquema da figura 2.

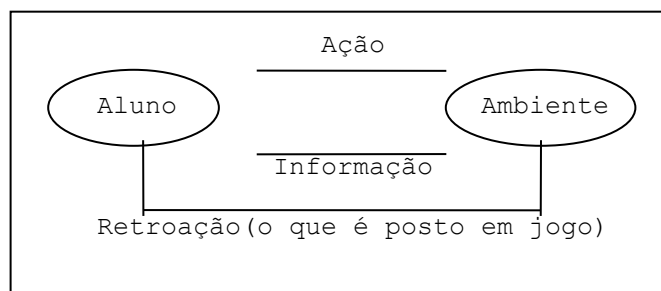


Figura 2. Modelo de uma situação adidática de ação

Ver em anexo o exemplo da situação do quebra-cabeça. (G. Brousseau, N. Brousseau, 1987)

Devolução/Institucionalização (saber/conhecimento)

Os papéis principais do docente se caracterizam pela dupla manobra seguinte: processos de devolução e processos de institucionalização.

Devolução

Para tal o docente faz, a princípio, o trabalho inverso do pesquisador: ele procura recontextualizar e repersonalizar o saber a ensinar, procura problemas que possam dar sentido aos conhecimentos a ensinar, para que a atividade do aluno se "assemelhe" por um momento à do pesquisador. Há a devolução ao aluno de uma responsabilidade face a face com o saber, há a devolução de uma situação adidática.

O processo de devolução é descrito por A. Rouchier em sua tese, como um processo que permite converter um saber a ensinar em *conhecimento* num aluno (personalizado, contextualizado, temporalizado).

"proponho que se faça a distinção do caso onde o controle da relação sujeito/situação se encontra do lado da situação, que será da ordem do conhecimento, do caso onde o controle se encontra do lado do sujeito, que será da ordem do saber[...]. O saber é um conhecimento que controla uma situação e suas transformações, elas mesmas indutoras de conhecimentos[...]. A devolução consiste em articular a intenção de ensinar com a autonomia cognitiva do sujeito." (F. Conne, 1992)

Institucionalização

Mas se essa fase vai bem, quando o aluno achou a solução dos problemas dados, ele (o aluno) não sabe que produziu um conhecimento que poderá utilizar em outras ocasiões. Para transformar as respostas e os conhecimentos dos alunos em saber, os alunos deverão, com a ajuda do professor, redescontextualizar, redespensionalizar o conhecimento que produziram a fim de reconhecer que fizeram algo que tinha um caráter universal, um *saber* cultural reutilizável.

"Quando o sujeito reconhece o papel ativo de um conhecimento sobre a situação, quando para ele o laço indutor da situação sobre esse

conhecimento torna-se inversível, ele sabe. Um conhecimento assim identificado é um saber, é um conhecimento útil, utilizável..." (F. Conne, 1992)

Enfim, o processo de institucionalização é um processo inverso do de devolução que permite converter o conhecimento de um aluno em um saber reutilizável (despersonalizado, descontextualizado, destemporalizado).

"De fato, a conversão não fabrica um novo produto, que seria o saber em relação ao conhecimento, ou o inverso. Contenta-se em colocá-los um e outro em um outro lugar, que é o das práticas de um outro nível." (F. Conne, 1992)

Situação fundamental

Falamos de diferentes tipos de situações adidáticas (ação, formulação, validação) e da aprendizagem por adaptação. Em tais situações o aluno tem para resolver um problema onde ele tem a responsabilidade. Ora, a questão central é a seguinte: como se assegurar que o problema posto é pertinente em relação ao saber?

Este é um problema teórico e metodológico: hipótese (epistemológica): *"existe, para todo saber (matemático), uma família de situações suscetíveis de lhe dar um sentido correto"* (G. Brousseau, 1986), em relação à história desse conceito, em relação ao contexto social, em relação à comunidade científica.

Daremos uma definição simplificada do sentido de um conhecimento por necessidade metodológica: admitamos que o sentido de um saber provém essencialmente de adaptações do aprendiz às situações, presentes ou passadas, pondo os problemas de tal forma que o saber visado intervém como solução ótima.

Uma situação fundamental de um conhecimento é uma modelação dessa família de situações específicas do saber visado.

Ela é fundamental:

1. Em relação ao conhecimento: a situação "deve ser tal que o conhecimento apareça sob a forma escolhida como a solução ou como o meio de estabelecer a estratégia ótima."

2. Em relação à atividade de ensino: a situação deve permitir representar o mais possível "as situações observadas nas classes, mesmo as menos satisfatórias; por conseguinte, que elas possibilitem ao aluno aprender uma forma de saber visado... Elas serão obtidas pela escolha de certas variáveis características da situação."

Uma situação fundamental deve ao menos permitir:

- uma gênese efetiva do saber;
- uma "releitura" dessa gênese segundo a lógica da organização do saber.

Exemplo de situação fundamental:

Um indivíduo deve produzir o cardinal de um conjunto, ao passo que ele pode controlar, em cada momento, somente uma parte desse conjunto (por qualquer razão que seja).

O procedimento ótimo consiste em constituir uma partição do conjunto e depois enumerar os objetos em cada classe, assegurando-se de que foram contados bem todas as classes.

- O jogo da "busca a **n**" como situação fundamental.

Se modelamos os jogos de "busca a **n**" por uma situação geral, obtemos uma situação fundamental da divisão euclidiana de **n** por **d**: o sentido da

divisão euclidiana sendo aquele da subtração reiterada (para detalhes, ver Bessot, 1991).

Noções de *salto informacional*:

"O salto informacional consiste em, depois de ter achado uma situação fundamental fazendo "funcionar" uma noção, escolher, em primeiro lugar, os valores de suas variáveis de tal maneira que os conhecimentos anteriores dos alunos permitam elaborar estratégias eficazes... depois, sem modificar as regras do jogo, a trocar os valores das variáveis de maneira a dar maior complexidade à tarefa a cumprir. Novas estratégias devem ser estabelecidas, de forma a exigir a construção de novos conhecimentos." (G. Brousseau, 1986, pág.23)

CONCEPÇÕES, OBSTÁCULOS

Para certos conhecimentos existem situações fundamentais que podemos realizar diretamente no momento desejado: essas situações fundamentais permitem ao aluno construir uma concepção correta do conhecimento.

"Mas suponhamos que existam conhecimentos para os quais as condições acima não são realizadas: não existem situações fundamentais suficientemente acessíveis, suficientemente eficazes e em número suficientemente pequeno para permitir a alunos de uma idade qualquer acederem de chofre, por adaptação, a uma forma de saber que possa ser considerada correta e definitiva: é necessário superar etapas na aprendizagem. O saber ensinado

por adaptação na primeira etapa será provisório, não só aproximado, mas também em parte falso e inadequado." (G. Brousseau, 1986)

A alternativa é ensinar diretamente um saber conforme às exigências da comunidade científica, ou seja, o texto do saber. Deste modo, renunciamos a que o aluno dê um sentido ao saber: o saber não é uma resposta a um problema aberto onde o aluno toma a responsabilidade.

"O professor tem então que escolher entre ensinar um saber formal e desprovido de sentido ou ensinar um saber mais ou menos falso que deverá ser retificado." (G. Brousseau, 1986)

A escolha da aprendizagem por adaptação a um meio, assegurando ao aluno um sentido ao conhecimento construído, impõe um processo de rupturas cognitivas, ou seja, de questionamento de conhecimentos anteriores.

A noção de rupturas cognitivas está ligada à noção de obstáculo epistemológico, introduzido por G. Bachelard no livro "A Formação do Espírito Científico."

Dificuldade e Obstáculo

Para bem compreender a noção de obstáculo, é importante fazer a distinção entre dois termos sinônimos nos dicionários da língua francesa: dificuldade e obstáculo.

Ao nível da comunidade matemática, quando um novo problema é posto, a sua resolução pode ou não necessitar da reorganização de uma teoria ou das concepções a propósito da noção matemática a que diz respeito.

"Diremos que há uma **dificuldade** se o problema vem a ser resolvido sem que sua resolução questione o ponto de vista da teoria ou das concepções em curso.

"Diremos que há um **obstáculo** se o problema vem a ser resolvido depois de ter exigido uma reestruturação das concepções ou uma mudança do ponto de vista teórico." (H. El Bouazzaoui, 1988)

Para a didática, A. Duroux (1983) dá critérios para se definir um obstáculo:

1. Trata-se de um conhecimento que funciona como tal em um **conjunto** de situações e para certos valores das variáveis dessas situações...

2. O obstáculo é um conhecimento que, quando tenta se adaptar a outras situações ou a outros valores das variáveis, provoca **erros** específicos, perceptíveis, analisáveis.

3. O obstáculo é um conhecimento **estável**...

4. O obstáculo pode ser superado somente em situações de rejeição e será constitutivo do saber... O retorno à concepção obstáculo será parte integrante do novo saber.

Segundo sua origem, distinguimos normalmente três tipos de obstáculos:

1. Obstáculo ontogenético ligado ao desenvolvimento psicogenético do sujeito.

2. Obstáculo didático ligado à transposição didática do saber: é um obstáculo que pode ser evitado sem conseqüências para a construção do conhecimento, que pode desaparecer agindo-se sobre as situações de ensino.

3. Obstáculo epistemológico ligado ao desenvolvimento histórico do conceito: ao nível do aluno, um obstáculo epistemológico.

"Um obstáculo epistemológico é constitutivo do conhecimento no sentido que aquele que o encontrou e o superou tem um conhecimento diferente daquele que não o enfrentou." (G. Brousseau, 1989)

Anexo Bibliográfico

(ver original)